JOURNAL OF FUNDAMENTAL MATHEMATICS AND APPLICATIONS (JFMA), Vol. 1, No. 1 (June 2018)
Available online at www.jfma.matematika.undip.ac.id

HASIL PERBANDINGAN METODE *IMPROVED NEWTON-RAPHSON* BERBASIS DEKOMPOSISI ADOMIAN DAN BEBERAPA METODE KLASIK PADA MASALAH PERSAMAAN NON-LINIER

Indah Jumawanti[1], Sutrisno[2], Bayu Surarso[3]

[1,2,3]*Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro, Jl. Prof. H. Soedarto, S.H, Tembalang, Semarang*
Email : [1]jumawantie@gmail.com, [2]tresno.math@live.undip.ac.id, [3]bayusurarso@yahoo.com

Abstract. In this paper, we work with ten nonlinear equations to compare a new method in nonlinear equation solving, Improved Newton-Raphson based on Adomian Decomposition method (INR-ADM) that consisting of two types called INR-ADM 1 and INR-ADM 2. The difference between INR-ADM 1 and INR-ADM 2 is on the iteration formula form. From our results, it was showed that INR-ADM 1 and INR-ADM 2 are not always better than classic Newton-Raphson method in term of the iteration number. However, if INR-ADM 1 and INR-ADM 2 are compared to Regula False method and Secant method, they are always better i.e. they had fewer number of iteration. The INR-ADM 1 and INR-ADM 2 had shorter computational time than Regula False method. Furthermore, the computational time of INR-ADM 1 and INR-ADM 2 cannot be claimed that they had shorter or longer if they are compared to Newton-Raphson method and Secant method.
Keywords: Improved Newton-Raphson, Adomian Decomposition, Nonlinear Equation.

Abstrak. Pada artikel ini, kami bekerja dengan sepuluh buah persamaan nonlinier untuk membandingkan hasil dalam penyelesaian persamaan nonlinier dari suatu metode baru bernama *Improved* Newton-Raphson berbasis dekomposisi Adomian (INR-ADM) yang memuat dua tipe yang disebut INR-ADM 1 dan INR-ADM 2. Perbedaan antara INR-ADM 1 dan INR-ADM 2 terdapat pada bentuk rumus iterasi yang digunakan. Berdasarkan hasil-hasil yang didapatkan, diperoleh bahwa INR-ADM 1 dan INR-ADM 2 adalah tidak selalu lebih baik dibanding Newton-Raphson klasik jika dipandang dari banyak iterasi. Akan tetapi, jika INR-ADM 1 dan INR-ADM 2 dibandingkan dengan metode Regula Falsi dan metode Secant, mereka selalu lebih baik, yaitu banyak iterasinya selalu lebih sedikit. INR-ADM 1 dan INR-ADM 2 memiliki waktu komputasi lebih singkat dibanding Regula Falsi. Lebih lanjut, waktu komputasi INR-ADM 1 dan INR-ADM 2 tidak dapat diklaim apakah mereka selalu lebih singkat atau lebih lama jika dibandingkan dengan Newton Raphson dan Secant.
Kata kunci: *Improved* Newton-Raphson, Dekomposisi Adomian, Persamaan Nonlinier.

I. PENDAHULUAN

Sejak permulaan tahun 1980-an, metode Dekomposisi Adomian sudah digunakan untuk menyelesaikan permasalahan persamaan fungsional [1], [2], [3]. Metode dekomposisi adomian menyajikan solusi berdasarkan jumlahan dari bilangan tak hingga yang terkonvergen dengan cepat ke solusi sesungguhnya [4]. Seiring berkembangnya zaman, metode dekomposisi

JOURNAL OF FUNDAMENTAL MATHEMATICS
AND APPLICATIONS (JFMA), Vol. 1, No. 1 (June 2018)
Available online at www.jfma.matematika.undip.ac.id

Adomian tidak hanya digunakan untuk menyelesaikan persamaan fungsional saja tetapi juga digunakan untuk menyelesaikan permasalahan persamaan nonlinier [4], [5]. Vahidi, dkk telah menerapkan metode dekomposisi Adomian untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinier [6]. Konvergensi dari metode dekomposisi Adomian sudah diteliti oleh banyak penulis [4], [7], [8], [9]. Selain digunakan untuk menyelesaikan persamaan fungsional dan persamaan nonlinier, metode dekomposisi Adomian juga dapat digunakan untuk memperbaiki formulasi metode Newton-Raphson [10]. Hasil perbaikan metode Newton-Raphson tersebut disebut dengan metode INR-ADM. Formulasi metode dan analisis konvergensinya sudah dituliskan dan dibuktikan oleh Kang Shin Min, dkk [10]. Dalam artikel ini, metode INR-ADM yang terdiri dari dua tipe yaitu INR-ADM 1 dan INR-ADM 2, dianalisis performansinya dari segi banyaknya iterasi dan waktu komputasi jika dibandingkan dengan metode Regula Falsi, metode Newton-Raphson, dan metode *Secant*. Pada artikel ini, akan dikaji hasil perbandingan metode *improved* Newton-Raphson berbasis dekomposisi adomian dan beberapa metode klasik pada masalah persamaan non-linier. Perbandingan dilakukan dengan menganalisis hasil-hasil solusi dan komputasi pada sepuluh permasalahan persamaan non-linier.

II. HASIL DAN PEMBAHASAN

Diberikan 10 permasalahan persamaan nonlinier yang masing-masing diselesaikan dengan menggunakan INR-ADM 1, INR-ADM 2, metode Regula Falsi, metode Newton-Raphson, dan metode *Secant*. Toleransi kesalahan yang diberikan adalah sama untuk masing-masing penyelesaian yaitu 10^{-11}.

Tabel 2.1 Banyaknya Iterasi

No	Persamaan	Banyak Iterasi				
		RF	NR	*Secant*	INR-ADM 1	INR-ADM 2
1	$x^3-10=0$	7	5	5	4	3
2	$\sin^2 x-x^2+1=0$	10	5	6	4	3
3	$x^3+x^2-2=0$	23	6	9	4	4
4	$e^x-5x^2=0$	19	5	8	4	4
5	$\log(x)+x=0$	18	5	7	4	3
6	$-0.7+6e^{-0.04x}=0\ 5$	16	5	6	4	3
7	$\pi x^3-3\pi x^2+15=0$	42	6	11	5	4
8	$0.7x\left(1-e^{-98/x}\right)-35=0$	18	5	7	4	3
9	$1.671\times10^{-4}x+9.7215\times10^{-8}x^2$ $-9.583\times10^{-11}x^3+1.952\times10^{-14}x^4$ $-0.20597=0$	31	4	7	5	5
10	$-\frac{1.575701\times10^5}{(x+273.15)}+\frac{6.642308\times10^7}{(x+273.15)^2}$ $-\frac{1.2348\times10^{10}}{(x+273.15)^3}+\frac{8.621949\times10^{11}}{(x+273.15)^4}$ $+141.6467=0$	16	5	6	4	3

JOURNAL OF FUNDAMENTAL MATHEMATICS
AND APPLICATIONS (JFMA), Vol. 1, No. 1 (June 2018)
Available online at www.jfma.matematika.undip.ac.id

Semua permasalahan diselesaikan dengan menggunakan bantuan *software* komputasi MATLAB. Pada metode Newton-Raphson, metode INR-ADM 1, dan metode INR-ADM 2 digunakan nilai tebakan awal yang sama untuk masing-masing permasalahan sedangkan dua nilai tebakan awal metode *Secant* adalah sama dengan interval awal yang diambil untuk metode Regula Falsi. Banyaknya iterasi yang dibutuhkan untuk mencapai solusi hampiran disajikan dalam Tabel 2.1.

Tabel 2.2 Waktu Komputasi

No	Persamaan	Waktu Komputasi (detik)				
		RF	NR	*Secant*	INR-ADM 1	INR-ADM 2
1	$x^3 - 10 = 0$	0.6396	0.1092	0.1248	0.1560	0.1248
2	$\sin^2 x - x^2 + 1 = 0$	0.3276	0.1560	0.1716	0.1716	0.1872
3	$x^3 + x^2 - 2 = 0$	0.0938	0.0312	0.0625	0.0625	0.0469
4	$e^x - 5x^2 = 0$	0.1562	0.0312	0.0312	0.0469	0.0625
5	$\log(x) + x = 0$	0.125	≈ 0	0.0625	0.0156	0.0312
6	$-0.7 + 6e^{-0.04x} = 0\,5$	0.2031	0.0312	0.0312	0.0312	0.0625
7	$\pi x^3 - 3\pi x^2 + 15 = 0$	12.547	0.0625	0.0625	0.125	0.0625
8	$0.7x\left(1 - e^{-98/x}\right) - 35 = 0$	2.1719	0.0312	0.0625	0.0625	0.0625
9	$1.671\times10^{-4}x + 9.7215\times10^{-8}x^2 - 9.583\times10^{-11}x^3 + 1.952\times10^{-14}x^4 - 0.20597 = 0$	0.3938	0.0312	0.0938	0.0625	0.125
10	$-\frac{1.575701\times10^5}{(x+273.15)} + \frac{6.642308\times10^7}{(x+273.15)^2} - \frac{1.2348\times10^{10}}{(x+273.15)^3} + \frac{8.621949\times10^{11}}{(x+273.15)^4} + 141.6467 = 0$	0.1875	0.0156	0.0625	0.0781	0.1406

Berdasarkan Tabel 2.1 dapat lihat bahwa banyaknya iterasi yang dibutuhkan oleh metode INR-ADM 1 dan metode INR-ADM 2 selalu lebih sedikit jika dibandingkan dengan metode Regula Falsi dan metode *Secant*. Akan tetapi jika dibandingkan dengan metode Newton-Raphson, metode INR-ADM 1 dan INR-ADM 2 mempunyai banyak iterasi yang lebih sedikit hanya untuk 9 permasalahan saja. Sehingga berdasarkan 10 permasalahan yang diberikan, dapat diamati bahwa dalam segi banyaknya iterasi, metode INR-ADM 1 dan INR-ADM 2 selalu lebih baik jika dibandingkan dengan metode Regula Falsi dan metode *Secant* tetapi tidak selalu lebih baik jika dibandingkan metode Newton-Raphson. Selanjutnya akan dianalisis waktu komputasi yang diperlukan untuk mencapai solusi hampiran. Waktu komputasi yang diperlukan untuk mencapai solusi hampiran disajikan dalam Tabel 2.2.

Tabel 2.3 Nilai Akar Hampiran

No	Persamaan	Nilai Akar Hampiran				
		RF	NR	*Secant*	INR-ADM 1	INR-ADM 2
1	$x^3-10=0$	2.1544	2.1544	2.1544	2.1544	2.1544
2	$\sin^2 x-x^2+1=0$	1.4045	1.4045	1.4045	1.4045	1.4045
3	$x^3+x^2-2=0$	1	1	1	1	1
4	$e^x-5x^2=0$	0.6053	0.6053	0.6053	0.6053	0.6053
5	$\log(x)+x=0$	0.5671	0.5671	0.5671	0.5671	0.5671
6	$-0.7+6e^{-0.04x}=0$	53.711	53.711	53.711	53.711	53.711
7	$\pi x^3-3\pi x^2+15=0$	-1.0816	-1.0816	-1.0816	-1.0816	-1.0816
8	$0.7x\left(1-e^{-98/x}\right)-35=0$	63.6497	63.6497	63.6497	63.6497	63.6497
9	$1.671\times10^{-4}x+9.7215\times10^{-8}x^2-9.583\times10^{-11}x^3+1.952\times10^{-14}x^4-0.20597=0$	1126.01	1126.01	1126.01	1126.01	1126.01
10	$-\frac{1.575701\times10^5}{(x+273.15)}+\frac{6.642308\times10^7}{(x+273.15)^2}-\frac{1.2348\times10^{10}}{(x+273.15)^3}+\frac{8.621949\times10^{11}}{(x+273.15)^4}+141.6467=0$	15.388	15.388	15.388	15.388	15.388

Berdasarkan Tabel 2.2 dapat dilihat bahwa waktu komputasi yang dibutuhkan oleh metode INR-ADM 1 dan metode INR-ADM 2 selalu lebih sedikit jika dibandingkan dengan waktu komputasi metode Regula Falsi. Akan tetapi waktu komputasi metode INR-ADM 1 dan INR-ADM 2 tidak tentu untuk masing-masing permasalahan dibandingkan dengan waktu komputasi metode Newton-Raphson dan metode *Secant*. Adakalanya metode INR-ADM 1 dan INR-ADM 2 mempunyai waktu komputasi yang lebih singkat, lebih lambat, atau sama dengan waktu komputasi metode Newton-Raphson dan metode *Secant*. Sehingga tidak dapat ditarik kesimpulan bahwa waktu komputasi INR-ADM 1 dan metode INR-ADM 2 lebih singkat atau lebih lambat jika dibandingkan dengan metode Newton-Raphson dan metode *Secant*. Selanjutnya akar hampiran dari masing-masing persamaan nonlinier disajikan pada Tabel 2.3. Kelima metode menghasilkan akar hampiran yang sama untuk masing-masing persamaan. Semua akar yang dihasilkan merupakan akar hampiran kecuali untuk akar hampiran dari persamaan ke-3. Akar hampiran yang dihasilkan dari persamaan ke-3 merupakan akar eksak dari persamaan tersebut. Semakin kecil toleransi kesalahan yang diberikan maka nilai hampiran yang dihasilkan akan semakin dekat dengan nilai eksaknya.

III. KESIMPULAN

Lima metode yang digunakan untuk menyelesaikan sepuluh persamaan nonlinier menghasilkan nilai akar hampiran yang sama untuk masing-masing permasalahan. Banyaknya iterasi yang dibutuhkan oleh metode INR-ADM 1 dan metode IN-ADM 2 selalu lebih sedikit jika dibandingkan metode Regula Falsi dan metode Secant tetapi tidak selalu lebih sedikit jika dibandingkan dengan metode Newton-Raphson. Waktu iterasi yang diperlukan oleh metode INR-ADM 1 dan metode INR-ADM 2 selalu lebih singkat jika dibandingkan dengan metode Regula Falsi. Akan tetapi jika dibandingkan dengan metode Newton-Raphson dan metode Secant, waktu komputasi metode INR-ADM 1 dan metode INR-ADM 2 tidak tentu sehingga tidak dapat ditarik kesimpulan apakah waktu komputasi INR-ADM 1 dan INR-ADM 2 lebih lambat atau lebih singkat dibandingkan metode Newton-Raphson dan metode Secant.

REFERENSI

[1] G. Adomian, Nonlinear Stochastic Systems and Applications to Physics, Dorerecht: Kluwer Academic Publishers, 1989.

[2] G. Adomian, Solving Frontier Problems of Physics : The Decomposition Method, Dorerecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

[3] G. Adomian dan R.Rach, "On the solution of algebraic equations by the decomposition method," *J. Math. Anal. Appl.,* vol. 105, pp. 141-166, 1985.

[4] E. Babolian dan J. Biazar, "Solution of Nonlinear Equations by Modified Adomian Decomposition Method," *Applied Mathematics and Computation,* vol. 132, pp. 167-172, 2002.

[5] K. Abbaoui dan J. Cherruault, "Convergence of adomian's method applied to non-linear equations," *Applied Mathematics and Computation,* vol. 20, pp. 69-73, 1994.

[6] K. A. a. Y. Cherruault, "Solution of a system of nonlinear equations by Adomian decomposition method," *Applied Mathematics and Computation,* vol. 150, pp. 847-854, 2004.

[7] K. Abbaoui dan J. Cherruault, "New ideas for proving convergence of Adomian method," *Comput. Math. Appl.,* vol. 29, pp. 103-108, 1995.

[8] Y. Cherruault, "Convergence of Adomian's Method," *Math. Comput. Modelling,* vol. 14, pp. 83-86, 1990.

[9] Y. Cherruault dan G. Adomian, "Decomposition methods : A new proof of convegence," *Math. Comput. Modelling* , vol. 18, pp. 103-106, 1993.

[10] K. S. Min, "Improvements in Newton-Raphson Using Adomian Decomposition Method for Solving Nonlinear Equations," *International Journal of Mathematical Analysis,* pp. 1919-1928, 2015.