

dan di L . Dengan demikian, diperoleh N merupakan (R, S) -submodul prima- β gabungan di K dan L . Akibatnya, diperoleh $a \notin \text{rad}_{(R,S)\beta}(K)$ dan $a \notin \text{rad}_{(R,S)\beta}(L)$, sehingga $a \notin \text{rad}_{(R,S)\beta}(K) \cap \text{rad}_{(R,S)\beta}(L)$. Dengan demikian, diperoleh $\text{rad}_{(R,S)\beta}(K) \cap \text{rad}_{(R,S)\beta}(L) \subseteq \text{rad}_{(R,S)\beta}(K \cap L)$. Dengan demikian, terbukti bahwa $\text{rad}_{(R,S)\beta}(K \cap L) = \text{rad}_{(R,S)\beta}(K) \cap \text{rad}_{(R,S)\beta}(L)$. \square

IV. KESIMPULAN

Submodul prima telah mengalami perumuman menjadi submodul prima- β . Definisi dan sifat-sifat submodul prima- β telah dikembangkan ke struktur (R, S) -modul menjadi submodul prima- β gabungan. Seperti halnya pada ring, pada (R, S) -modul definisi keprimaan juga dibawa hingga ke radikalnya melalui himpunan tertutup multiplikatifnya. Pada penelitian ini telah didefinisikan himpunan tertutup multiplikatif dari suatu (R, S) -modul relatif terhadap submodul prima- β gabungan, yang selanjutnya disebut dengan himpunan sistem- m_β . Berdasarkan penelitian ini, diperoleh bahwa himpunan sistem- m_β ini merupakan komplemen dari suatu (R, S) -submodul prima- β gabungan. Selain itu, radikal prima- β gabungan suatu (R, S) -modul M , dinotasikan dengan $\text{rad}_{(R,S)\beta}(M)$, didefinisikan sebagai M atau irisan dari semua (R, S) -submodul prima- β gabungan pada (R, S) -modul. Telah ditunjukkan pula hubungan antara himpunan sistem- m_β dengan radikal prima- β gabungan dan beberapa sifat-sifatnya. Pada akhir penelitian ini, ditunjukkan bahwa, pada (R, S) -modul perkalian kiri, radikal prima- β gabungan dari irisan dua (R, S) -submodul di M sama dengan irisan dua radikal prima- β gabungan dari masing-masing (R, S) -submodulnya. Lebih lanjut, hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi jembatan bagi penelitian berikutnya yang akan memperumum keprimaan di dalam (R, S) -modul beserta bentuk dualnya.

REFERENSI

- [1] T. Khumrapussorn, "On α -Prime and Weakly α -Prime Submodules," *Eur. J. Pure Appl. Math.*, vol. 11, no. 3, pp. 293–306, 2018.
- [2] T. Khumrapussorn, "ON β -PRIME SUBMODULES," *J. Indones. Math. Soc.*, vol. 25, no. 128–138, 2019.
- [3] D. A. Yuwaningsih, Rusmining, and P. W. Prasetyo, "BEBERAPA SIFAT (R, S) -SUBMODUL PRIMA- α GABUNGAN," *J. Fundam. Math. Appl.*, vol. 4, no. 2, pp. 167–179, 2021.
- [4] D. A. Yuwaningsih and Rusmining, "Radikal Prima- α Gabungan pada (R, S) -Modul," *J. Mat. Integr.*, vol. 17, no. 2, pp. 85–97, 2021.
- [5] D. A. Yuwaningsih and I. E. Wijayanti, "On Jointly Prime Radicals of (R, S) -Modules," *J. Indones. Math. Soc.*, vol. 21, no. 1, pp. 25–34, 2015, doi: 10.22342/jims.21.1.199.25-34.
- [6] M. Behboodi, "On the prime radical and Baer's lower nilradical of modules," *Acta Math. Hungarica*, vol. 122, no. 3, pp. 293–306, 2009, doi: 10.1007/s10474-008-8028-3.
- [7] T. Khumrapussorn, S. Pianskool, and M. Hall, " (R, S) -Modules and their Fully and Jointly Prime Submodules," vol. 7, no. 33, pp. 1631–1643, 2012.
- [8] T. Y. Lam, *A First Course in Noncommutative Rings*. USA: Springer-Verlag New York, Inc., 2001.
- [9] W. A. Adkins, *Algebra "An Approach via Module Theory."* USA: Springer-Verlag New York, Inc., 1992.
- [10] Z. El-Bast and P. F. Smith, "Multiplication modules," *Commun. Algebr.*, vol. 16, no. 4, pp. 755–779, 1988.
- [11] R. Ameri, "On the prime submodules of multiplication modules," *Int. J. Math. Math. Sci.*, vol. 27, no. (2003), pp. 1715–1724, 2003.