

# OPTIMISASI MULTIOBJEKTIF DALAM PEMBENTUKAN PORTOFOLIO OPTIMAL SAHAM DENGAN PENGUKURAN *VALUE AT RISK* (VAR)

Nanda Surya Jatnika<sup>1\*</sup>, Esther Sorta Mauli Nababan<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara  
Email : <sup>1</sup>nandasuryajatnika@gmail.com, <sup>2</sup> esther@usu.ac.id

**Abstract.** *When investors invest in their stock, the strategy used an investor is to form an optimal portfolio of shares. An optimal stock portfolio can be created by utilizing the multi-objective optimization method, which can help investors achieve maximum return and minimum risk simultaneously. The multi-objective method has a weighting factor that acts as a risk indicator to assist investors in taking risks on the expected return. This study aims to optimize investors' profits and losses by forming an optimal stock portfolio using multi-objective and Value at Risk (VaR) measurements. The data used by the researcher is the weekly closing price of stocks which are always included in the LQ-45 stock index for the period 31 January 2019 – to 31 December 2020. The formed portfolio consists of three stocks, namely INCO.JK, MNCN.JK, and EXCL.JK. From the formed portfolio, the number of losses and profits obtained by investors can be seen based on the magnitude of the weighting coefficient  $k$ . Therefore, the greater the chance of profit (return), the greater the chance of loss (risk) that investors will receive.*

**Keywords:** *weighting coefficient, Multiobjective method, an optimal portfolio, Value at Risk (VaR)*

**Abstrak.** Ketika investor menginvestasikan sebuah modalnya, strategi yang dilakukan sebagai seorang investor ialah membentuk suatu portofolio optimal saham. Portofolio saham yang optimal dapat dibentuk dengan memanfaatkan metode optimisasi multiobjektif, yang mana metode tersebut dapat membantu investor mencapai pengembalian (*return*) maksimum dan risiko minimum pada saat yang bersamaan. Metode multiobjektif memiliki faktor pembobot yang bertindak sebagai indikator risiko untuk membantu investor dalam mengambil risiko atas nilai pengembalian yang diharapkan (*expected return*) yang dihasilkan. Penelitian ini bertujuan untuk mengoptimalkan keuntungan dan kerugian investor dengan membentuk portofolio saham yang optimal menggunakan multiobjektif dan pengukuran *Value at Risk* (VaR). Data yang digunakan peneliti adalah *closing price* mingguan saham yang selalu masuk dalam indeks saham LQ-45 periode 31 Januari 2019 – 31 Desember 2020. Portofolio yang sudah terbentuk terdiri atas tiga saham, yaitu INCO.JK, MNCN.JK, dan EXCL.JK. Dari portofolio yang dibentuk tersebut dapat diketahui besarnya kerugian dan keuntungan yang diperoleh investor berdasarkan besarnya nilai koefisien pembobot  $k$ . Oleh karena itu, semakin besar peluang keuntungan (*return*), semakin besar peluang kerugian (*risk*) yang akan diterima investor.

**Kata Kunci:** koefisien pembobot, metode Multiobjektif, portofolio optimal, *Value at Risk* (VaR)

## I. PENDAHULUAN

Investasi adalah suatu aktivitas dalam membeli sumberdaya finansial ataupun sumberdaya lainnya agar suatu aset dapat dimiliki di masa sekarang, guna mendapatkan keuntungan (*return*) di masa depan. Aset terdiri atas aset finansial (saham, obligasi, surat berharga, deposito, dan pasar uang) dan aset riil (bangunan, tanah, mesin, dan benda fisik lainnya). Seseorang yang gemar melakukan investasi disebut investor. Investor yang menginvestasikan sahamnya harus dapat menganalisis tentang bagaimana aset perusahaan yang dikelola, apa hasil dari sahamnya, dan seberapa jauh sahamnya menyimpang dari yang diharapkan indikator. Investasi saham tidak hanya memberikan sebuah keuntungan (*return*), tapi juga memberikan risiko (*risk*). Sehingga seorang investor membutuhkan diversifikasi portofolio untuk mengurangi risiko (*risk*).

Diversifikasi portofolio diartikan sebagai pembentukan portofolio sedemikian rupa, sehingga dapat mengurangi risiko portofolio tanpa mengorbankan pengembalian yang dihasilkan [1]. Sehingga terkadang investor memperoleh kerugian yang rendah dan keuntungan yang tinggi. Salah satu saran terbaik bagi seorang investor adalah membentuk portofolio untuk memperoleh risiko (*risk*) yang rendah. Teori portofolio merupakan pengetahuan bagaimana cara investor melakukan pemilihan portofolio dari banyaknya aset yang tersedia, agar memperoleh *expected return* yang maksimum pada tingkat tertentu. Portofolio optimal adalah portofolio yang dipilih seorang investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada kumpulan portofolio efisien [2]. Secara umum, suatu portofolio yang terpilih merupakan portofolio yang sudah sesuai dengan pilihan investor yang bersangkutan terhadap keuntungan (*return*) ataupun risiko (*risk*) yang berkenaan ditanggung olehnya. Portofolio tidak memiliki keuntungan (*return*) yang besar dan risiko (*risk*) yang kecil secara bersamaan.

Secara umum, hal yang terpenting untuk investor ialah dengan bagaimana cara memilih portofolio yang dapat menghasilkan kombinasi keuntungan (*return*) dan risiko (*risk*) yang optimum. Para investor tertarik untuk memperoleh risiko yang minimum dan keuntungan (*return*) maksimum secara bersamaan, sehingga dalam hal ini dapat digunakan pendekatan multiobjektif untuk membentuk portofolio yang optimal [3]. Optimisasi multiobjektif (*multi-objective optimization*) atau dapat disebut juga sebagai *multi-criteria optimization* adalah suatu persoalan optimisasi dengan fungsi tujuan lebih dari satu (ganda). Implementasi dari optimisasi multiobjektif pada pembentukan portofolio yang optimal yaitu untuk dapat memaksimalkan keuntungan (*return*) dan meminimalkan risiko (*risk*) secara bersamaan.

Solusi dari optimisasi multiobjektif dapat dilakukan dengan menggunakan skalarisasi. Skalarisasi adalah suatu mekanisme standar untuk memperoleh titik-titik optimal dalam setiap permasalahan mengenai pengoptimuman vektor. Oleh karena itu, penelitian ini menggunakan optimisasi multiobjektif (*multi-objective optimization*) yang berorientasi terhadap penerapan mengenai optimisasi multiobjektif itu sendiri. *Value at Risk* (VaR) digunakan sebagai pengukur kerugian (*risk*) yang didapatkan oleh investor. Peneliti menggunakan studi kasus pada data saham yang termasuk kedalam indeks saham LQ-45 periode 31 Januari 2019 – 31 Desember 2020 untuk menentukan proporsi setiap saham agar terbentuk portofolio saham yang optimal dan menentukan keuntungan (*return*) dan kerugian (*risk*) yang didapatkan dari portofolio saham yang terbentuk dengan menggunakan optimisasi multiobjektif.

### I.1 Pasar Modal, Surat Berharga, Investasi, Saham

Pasar modal merupakan tempat pertemuan antara berbagai pihak yang mempunyai kelebihan uang atau dana dengan cara melakukan jual beli sekuritas [4]. Pengertian lain dari pasar modal adalah alat pembiayaan bagi perusahaan atau lembaga lain (seperti pemerintah), serta alat untuk setiap aktivitas dalam melakukan investasi sehingga pasar modal memberikan berbagai media untuk aktivitas dalam jual beli dan aktivitas terkait lainnya.

Menurut Prof.Dr. R. Wirjono Prodjodikoro, SH bahwa surat berharga digunakan untuk surat-surat yang memiliki sifat seperti uang tunai sehingga dapat digunakan sebagai alat pembayaran. Surat berharga memiliki dua fungsi, yaitu sebagai alat untuk dapat diperdagangkan dan sebagai alat bukti terhadap hutang yang ada. Dalam Kitab Undang-Undang Hukum Dagang (KUHD) Buku I titel 6 dan titel 7, terdapat sembilan jenis surat berharga diantaranya yaitu wesel, surat saham, cek, *bilyet*, giro, kartu kredit, kuitansi, surat sanggup, *travels cheque*, dan obligasi.

Merujuk pada Kamus Bahasa Indonesia (2013) dinyatakan bahwa investasi adalah penanaman modal dalam suatu usaha atau perusahaan dengan maksud mendapatkan sebuah keuntungan (*return*). Pengertian lain dari investasi saham yaitu penyebaran dana yang ada sekarang dengan mengharapkan keuntungan (*return*) dimasa yang akan datang dengan cara menyimpan uang atau dana dalam pembelian efek berupa saham dengan harapan memperoleh tambahan atau keuntungan (*return*) tertentu atas dana yang diinvestasikan.

Secara umum, saham digunakan sebagai bukti nyata bahwa suatu perusahaan dikatakan sebagai pemilik dari perusahaan saham tersebut dimana pemiliknya disebut sebagai pemilik saham (*shareholder* atau *stockholder*). Bentuk dari saham yaitu selebar kertas yang menjelaskan bahwa pemilik dari kertas tersebut merupakan pemilik asli dari suatu perusahaan yang menertibkan surat berharga tersebut. Seseorang sering dikatakan sebagai pemilik saham yaitu jika nama seorang tersebut sudah tertulis sebagai pemilik saham dalam buku DPS (daftar pemegang saham).

### I.2 Return, Risiko, Kovarian

*Return* merupakan keuntungan-keuntungan yang selalu diterima suatu perusahaan, individu, ataupun institusi lainnya berdasarkan hasil investasi yang sudah dilakukan. Untuk menghitung nilai *return* saham, dapat digunakan persamaan di bawah ini [5]:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1)$$

dimana:

$R_t$  merupakan nilai *return* pada waktu ke- $t$ ,

$P_t$  merupakan harga saham waktu ke- $t$ ,

$P_{t-1}$  merupakan harga saham pada waktu ke- ( $t-1$ ).

*Expected return* merupakan *return* yang diinginkan oleh seorang investor di masa depan. *expected return* saham dapat dihitung melalui persamaan sebagai berikut [6]:

$$\mu_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_{it} \quad (2)$$

dengan keterangan:

$\mu_i$  adalah hasil perhitungan *expected return* saham  $i$

$n$  ialah jumlah periode saham  $i$

$R_{it}$  adalah *return* saham  $i$  pada periode ke- $t$ .

Risiko merupakan selisih nilai *return* aktual yang diperoleh dengan *return* yang diharapkan oleh setiap investor. Risiko juga diartikan sebagai volatilitas dari sesuatu yang dapat berupa pendapatan maupun laba [7]. Secara umum, volatilitas adalah suatu parameter dispersi (penyebaran) yang dapat dihitung dengan varian atau standar deviasi. Untuk menghitung varian dan standar deviasi dari *return* saham dapat menggunakan persamaan berikut:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - \mu_i)^2 \quad (3)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - \mu_i)^2} \quad (4)$$

dengan keterangan:

$R_t$  adalah *return* saham pada periode  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, n$ )

$\mu_i$  adalah *expected return* saham (nilai rata-rata *return*)

$n$  adalah jumlah observasi atau pengamatan.

Kovarian adalah ukuran absolut yang menunjukkan sejauh mana dua variabel mempunyai kecenderungan untuk bergerak secara bersama-sama [8]. Berikut rumus untuk menghitung kovarian [9].

$$\sigma_{ij} = \sum_{i=t}^n \frac{[R_{it} - E(R_i)][R_{jt} - E(R_j)]}{n} \quad (5)$$

dimana:

$\sigma_{ij}$  merupakan kovarian saham  $i$  dan  $j$ ,

$R_{it}$  merupakan *return* saham  $i$  pada periode  $t$ ,

$E(R_i)$  adalah *expected return* saham  $i$ ,

$n$  adalah jumlah hasil sekuritas yang mungkin terjadi dalam periode tertentu,

$R_{jt}$  adalah *return* sekuritas  $j$  pada periode  $t$ ,

$E(R_j)$  adalah *expected return* saham  $j$ .

### I.3 Diversifikasi

Diversifikasi adalah kunci untuk mengelola risiko portofolio karena hal tersebut mengizinkan investor untuk mendapatkan risiko portofolio lebih rendah tanpa mempengaruhi *return* [8]. Sebagian investor ingin mendiversifikasi portofolionya dengan menginvestasikan seluruh kelompok aset yang ada, seperti saham dan obligasi. Dengan demikian, prinsip dasar diversifikasi portofolio yaitu semua dana yang dimiliki, sebaiknya tidak harus diinvestasikan

dalam bentuk saham pada satu perusahaan saja.

#### I.4 Uji Normalitas

Salah satu pengujian yang digunakan untuk menguji apakah data berdistribusi normal atau tidak adalah dengan uji Kolmogorov-Smirnov. Pengujian ini dilakukan untuk melihat apakah distribusi frekuensi hasil dari pengamatan ( $F_a$ ) sesuai dengan distribusi frekuensi yang diharapkan ( $F_e$ ). Uji Kolmogorov-Smirnov memiliki dua hipotesis sebagai berikut [10]:

$$\begin{aligned} H_0 &: F(x) = F_0(x) \text{ untuk semua } x && \text{(data berdistribusi normal)} \\ H_1 &: F(x) \neq F_0(x) \text{ untuk semua } x && \text{(data berdistribusi tidak normal)} \end{aligned}$$

dan memiliki statistik ujinya yaitu:

$$D = \max |F_0(x) - S_N(x)| \quad (6)$$

dengan keterangan:

$F_0(x)$  adalah fungsi distribusi frekuensi kumulatif teoritis,

$S_N(x)$  adalah fungsi distribusi frekuensi kumulatif yang diamati dari suatu sampel *random* dengan  $n$  observasi.

#### I.5 Portofolio

Portofolio adalah suatu kumpulan aset keuangan dalam suatu unit yang dimiliki atau dibuat oleh seorang investor, perusahaan investasi, atau institusi keuangan [11]. Portofolio memiliki tujuannya, yaitu mengurangi risiko (*risk*) dengan penganekaragaman kepemilikan efek. *Expected return* portofolio terdiri dari *mean expected return* setiap saham yang termuat dalam sebuah portofolio. Untuk memperoleh nilai *expected return* portofolio, dapat digunakan rumus sebagai berikut [12]:

$$\begin{aligned} \mu_p &= \sum_{i=1}^m (\mu_i w_i) \\ \mu_p &= \mu_1 w_1 + \mu_2 w_2 + \dots + w_n \mu_n = [\mu_1 \ \mu_2 \ \dots \ \mu_n] \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \mu^T w \end{aligned} \quad (7)$$

dengan:

$\mu^T$  merupakan transpos dari  $\mu$ ,

$w$  adalah matriks bobot saham,

$w_i$  adalah bobot saham  $i$ .

Risiko portofolio merupakan risiko investasi dari sekelompok instrument keuangan dalam portofolio [13]. Rumus dari risiko portofolio dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut [6]:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j \sigma_{ij} \quad (8)$$

$$\sigma_p^2 = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_N] \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1N} \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \dots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} = w^T \delta w$$

dengan:

$\sigma_p^2$  adalah risiko portofolio

$\sigma_{ij}$  adalah kovarian antara *return* saham *i* dengan saham *j*

$\delta$  adalah matriks varian-kovarian.

### I.6 Metode Portofolio Markowitz

Metode ini digunakan sebagai portofolio yang mempunyai varian minimum diantara keseluruhan pembentukan portofolio. Penyelesaian permasalahan optimisasi ini dapat diselesaikan dengan perhitungan fungsi Lagrange sebagai berikut:

$$L = w^T \delta w + \lambda_1 (\mu_p - w^T \mu) + \lambda_2 (1 - w^T \mathbf{1}) \quad (9)$$

Untuk mendapatkan bobot optimal  $w$ , maka persamaan di atas diturunkan terhadap nilai  $w$ , sehingga diperoleh bobot optimal pada MVEP dengan *return*  $R_t \sim N_N(\mu, \delta)$  adalah sebagai berikut:

$$w = \frac{\delta^{-1} \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T \delta^{-1} \mathbf{1}} \quad (10)$$

dimana:

$L$  = fungsi lagrange,

$\lambda$  = faktor pengali Lagrange,

$w$  = matriks pembobotan berukuran  $N \times 1$ ,

$\mu_p$  = rata-rata *return* portofolio (*mean return*),

$\mu$  = rata-rata *return* aset.

### I.7 Metode Multiobjektif

Pengertian metode multiobjektif adalah suatu metode yang dapat membentuk portofolio optimal saham dengan memaksimalkan keuntungan (*return*) dan meminimumkan risiko (*risk*) yang ekuivalen dengan meminimumkan negatif *return* dan meminimumkan suatu risiko yang ekuivalen dengan meminimumkan negatif *return* dan risiko portofolio dalam waktu bersamaan. Maka dari itu, dapat ditulis persamaan sebagai berikut:



$$\begin{aligned} \text{Min} & : (f_1(w), f_2(w)) = (-\mu^T w, w^T \Sigma w) \\ \text{Kendala} & : I^T w = 1 \text{ dan } w \geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Diberikan  $k_1 = 1$  dan  $k_2 = k > 0$  sehingga untuk penyelesaian optimal diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Min} & : -\mu^T w + k w^T \Sigma w \\ \text{Kendala} & : I^T w = 1 \end{aligned} \quad (12)$$

Fungsi Lagrange *Multiplier* menjadi salah satu penyelesaian dari metode multiobjektif dan dapat diselesaikan dengan menggunakan perhitungan sebagai berikut [3]:

$$L = -\mu^T w + k w^T \Sigma w + \lambda (I^T w - 1) \quad (13)$$

Persamaan (13) diturunkan terhadap  $w$ , sehingga diperoleh sebagai berikut [14]:

$$w = \frac{1}{2k} \delta^{-1} (\mu - \lambda I) \quad (14)$$

dengan mensubstitusi persamaan (14) ke  $I^T w = 1$ , diperoleh persamaan berikut:

$$\lambda = \frac{I^T \delta^{-1} \mu}{I^T \delta^{-1} I} - \frac{2k}{I^T \delta^{-1} I} \quad (15)$$

Dari persamaan (15) dapat dimisalkan untuk nilai  $a_1$  dan  $a_2$  seperti di bawah ini:

$$\begin{aligned} a_1 & = I^T \delta^{-1} I \\ a_2 & = I^T \delta^{-1} \mu \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (15) ke persamaan (14), sehingga nilai bobot saham yang diperoleh dengan menggunakan metode multiobjektif adalah sebagai berikut:

$$w = \frac{1}{2k} \delta^{-1} \mu - \frac{1}{2k} \delta^{-1} \left( \frac{a_2}{a_1} - \frac{2k}{a_1} \right) I \quad (16)$$

dimana  $a_1 \neq 0$  dengan keterangan:

$w$  merupakan matriks bobot saham,

$k$  merupakan koefisien pembobot,

$I$  merupakan matriks kolom dengan elemen  $I$ ,

$a_1$  dan  $a_2$  adalah skalar.

### 1.8 Value at Risk (VaR)

VaR (*Value at Risk*) diartikan sebagai perkiraan kerugian (risiko) maksimum yang diterima dalam kondisi pasar normal dan dalam jangka waktu tertentu (time periode) pada tingkat kepercayaan (*confident interval*) tertentu [15]. Secara sederhananya *Value at Risk* (VaR) hendak merespon permasalahan “berapa banyak (jumlah atau persentase) yang dapat dihadapi oleh investor dalam tingkat kepercayaan  $(1 - \alpha)$  dan selama waktu investasi  $t$ ”. Berikut rumus VaR untuk periode tertentu [15].

$$VaR_{(1-\alpha)}(t) = W_0 Z_{(1-\alpha)} \sigma_p \sqrt{t} \quad (17)$$

dengan:

$VaR_{(1-\alpha)}(t)$  yaitu VaR dengan tingkat kepercayaan  $(1 - \alpha)$  setelah  $t$  periode,

$W_0$  yaitu investasi awal,

$\sigma_p$  yaitu risiko portofolio,

$t$  adalah periode waktu.

## II. METODOLOGI PENELITIAN

### II.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data dari data populasi, dimana data tersebut masuk ke dalam indeks saham LQ-45 periode 31 Januari 2019 – 31 Desember 2020. Data yang digunakan yaitu data sekunder historis *closing price* mingguan saham dan didapatkan melalui laman [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com). Populasinya terdiri dari semua saham yang berada di dalam indeks saham LQ-45 periode 31 Januari 2019 – 31 Desember 2020. Kriteria pemilihan sampel LQ-45 yaitu tidak terkena auto-reject diatas 1 kali selama periode 31 Januari 2019 – 31 Desember 2020. Bersumber pada populasi LQ-45 yang berjumlah sebanyak 45 perusahaan saham yang termasuk dalam indeks LQ45 pada PT Bursa Efek Indonesia (BEI), terdapat 38 perusahaan dari populasi tersebut yang memenuhi kriteria untuk dijadikan sampel penelitian, dan hanya terdapat 6 perusahaan saham tertinggi dari sektor yang berbeda untuk diteliti selama periode 31 Januari 2019 – 31 Desember 2020.

### II.2 Metode Analisis

Adapun metode analisis dalam penelitian ini adalah:

1. Menentukan nilai *return* dari masing-masing saham
2. Menentukan nilai *expected return* dari masing-masing saham
3. Melakukan uji normal multivariat terhadap data *return* saham. Jika uji normal multivariat tidak terpenuhi, maka mencari data saham baru dan lakukan langkah sebelumnya sampai didapat data *return* saham yang mengikuti distribusi normal multivariat.
4. Menentukan nilai matriks varian-kovarian dari kombinasi *return* saham.
5. Menentukan bobot masing-masing saham dengan pendekatan optimisasi multiobjektif dengan kombinasi nilai  $\mu$  yang berbeda-beda.
6. Menentukan *expected return* dari masing-masing *return* portofolio yang terbentuk menggunakan metode optimisasi multiobjektif.
7. Menentukan nilai *Value at Risk* (VaR) dari masing-masing *return* portofolio yang terbentuk menggunakan metode optimisasi multiobjektif.
8. Analisis nilai *expected return* dan *Value at Risk* (VaR) dari masing-masing *return* portofolio yang terbentuk menggunakan metode optimisasi multiobjektif.



### III. HASIL DAN PEMBAHASAN

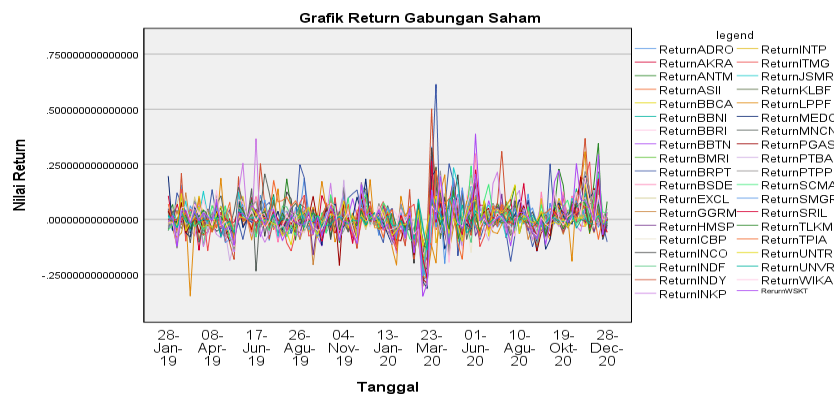
Pada penelitian ini diandaikan ada sebuah contoh, dimana terdapat investor yang menginvestasikan modalnya sebesar Rp 100.000.000,00 dan diselesaikan dengan bantuan *software* SPSS25, R 4.1.2, dan *Microsoft Office Excel* 2013.

Tahap pertama dalam memperoleh solusi penyelesaian pada penelitian ini ialah dengan mencari nilai *return* saham pada *closing price* mingguan saham yang termasuk ke dalam indeks saham LQ-45 periode 31 Januari 2019 – 31 Desember 2020. Solusi dari nilai *return* dan *expected return* saham dapat dihitung dengan menghitung persamaan (1).

$$R_{ADRO.JK;2} = \frac{1305 - 1375}{1375} = \frac{-70}{1375}$$

$$R_{ADRO.JK;2} = -0,0509090909$$

Berikut data hasil nilai *return* saham gabungan yang disajikan dalam bentuk grafik dengan bantuan *software* SPSS25.



**Gambar 1.** Grafik *Return* Saham Gabungan

Pada Gambar 1. grafik *return* saham gabungan memperlihatkan bahwa *return* setiap saham didapatkan dari masing-masing *closing price* mingguan sangat bervariasi atau terdapat perusahaan saham yang menerima nilai *return* yang cukup tinggi dan ada juga yang menerima nilai *return* yang cukup rendah. Sehingga dapat dijadikan indikator oleh investor untuk melihat perusahaan saham yang mempunyai nilai keuntungan (*return*) yang tinggi dan stabil.

Selanjutnya, tahap kedua dalam memperoleh solusi penyelesaian pada penelitian ini ialah dengan menghitung nilai *expected return* saham pada *closing price* mingguan saham yang termasuk ke dalam indeks saham LQ-45 periode 31 Januari 2019 – 31 Desember 2020. Solusi dari nilai *expected return* saham dapat dihitung dengan menghitung persamaan (2).

$$\mu_{ADRO} = \frac{-0,014336918 + (-0,050909091) + (-0,0651341) + \dots + (-0,040268456)}{101}$$

$$\mu_{ADRO} = 0,003204827$$

**Tabel 1.** Nilai *Expected Return* Saham

No.	Saham	<i>Expected Return</i> Saham( $\mu$ )	No.	Saham	<i>Expected Return</i> Saham( $\mu$ )
1	ADRO	0,003204827	20	INTP	-0,001595977
2	AKRA	-0,002122601	21	ITMG	-0,001817223
3	ANTM	0,010717723	22	JSMR	0,001649058
4	ASII	-0,001974171	23	KLBF	0,000247853
5	BBCA	0,00286588	24	LPPF	-0,011901747
6	BBNI	-0,002074264	25	MEDC	0,00165269
7	BBRI	0,002425337	26	MNCN	0,00548102
8	BBTN	-0,001596172	27	PGAS	-0,000752729
9	BMRI	-0,000113491	29	PTBA	-0,002536025
10	BRPT	0,013403623	29	PTPP	0,001425755
11	BSDE	0,000769545	30	SCMA	0,003878574
12	EXCL	0,004126413	31	SMGR	0,001445801
13	GGRM	-0,005821378	32	SRIL	-0,000581504
14	HMSP	-0,00759181	33	TLKM	-0,000695886
15	ICBP	-0,000375399	34	TPIA	0,007029021
16	INCO	0,006269437	35	UNTR	0,00136381
17	INDF	-0,000397462	36	UNVR	-0,002218163
18	INDY	0,003585277	37	38WIK	0,0038277
19	INKP	0,002017872	38	WSKT	0,000897722

Berdasarkan Tabel 1 yang memperlihatkan nilai *expected return* setiap saham, dapat dilihat bahwasannya terdapat 21 saham yang mempunyai nilai *expected return* bernilai positif, selanjutnya peneliti memilih enam saham yang memiliki nilai tertinggi dari *expected return* saham yang bernilai positif. Saham yang dipilih oleh peneliti berdasarkan nilai tertinggi diantaranya BRPT.JK, ANTM.JK, TPIA.JK, INCO.JK, MNCN.JK, dan EXCL.JK.

Tahap berikutnya ialah uji normalitas pada nilai *return* saham yang sudah terpilih. Pembentukan portofolio optimal saham dengan metode multiobjektif harus memiliki nilai *return* saham yang berdistribusi normal. Uji Kolmogorov-Smirnov menjadi salah satu uji normalitas yang dipakai dalam penelitian ini dengan tingkat signifikansi ( $\alpha$ ) yang digunakan sebesar 5% dan pengujian ini memiliki dua hipotesis yang digunakan, yaitu antara lain:

$H_0$ : Data *return* saham berdistribusi normal

$H_1$ : Data *return* saham tidak berdistribusi normal

Uji normalitas pada *return* saham dengan pengujian Kolmogorov-Smirnov pada penelitian ini dibantu dengan *software* R 4.1.2. Berikut disajikan ringkasan tabel pengujian Kolmogorov-Smirnov pada enam *return* saham yang sudah dipilih.

Bersumber pada hasil uji normalitas dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov pada Tabel 2, dapat dilihat bahwa nilai *return* saham INCO.JK, MNCN.JK, dan EXCL.JK memberikan harga  $p$  – *value* yang lebih besar dari harga  $\alpha = 5\%$ . Sehingga didapatkan keputusan bahwa nilai probabilitas lebih besar daripada taraf signifikan yang dipakai dalam penelitian ini atau jika  $p$  – *value* >  $\alpha$  maka  $H_0$  diterima, yang artinya *return* dari sebuah saham

tersebut berdistribusi normal.

**Tabel 2.** Ringkasan hasil uji Kolmogorov-Smirnov

Saham	$p - value$	Keputusan
BRPT.JK	$6,142e - 06$	$H_0$ ditolak
ANTM.JK	0,03257	$H_0$ ditolak
TPIA.JK	0,008557	$H_0$ ditolak
INCO.JK	0,1099	$H_0$ diterima
MNCN.JK	0.06921	$H_0$ diterima
EXCL.JK	0,1875	$H_0$ diterima

Data *return* saham INCO.JK, MNCN.JK, dan EXCL.JK membenarkan asumsi dari metode multiobjektif dan akan dilanjutkan ke tahap berikutnya. Dari tiga *return* saham tersebut juga dibentuk sebuah matriks varian-kovarian. Matriks varian-kovarian dibentuk atas dasar nilai variansi dan kovariansi dari *return* saham. Berikut hasil matriks varian-kovarian dengan bantuan *software Microsoft Office Excel* 2013.

$$\delta = \begin{bmatrix} 0,005875834 & 0,002032101 & 0,002022601 \\ 0,002032101 & 0,006115584 & 0,001895204 \\ 0,002022601 & 0,001895204 & 0,003885686 \end{bmatrix}$$

dan untuk matriks invers dari matriks varian-kovariannya dengan bantuan R 4.1.2 yaitu:

$$\delta^{-1} = \begin{bmatrix} 216,80609 & -43,66837 & -91,55443 \\ -43,66837 & 201,42858 & -75,51423 \\ -91,55443 & -75,51423 & 341,84258 \end{bmatrix}$$

Karena data dari tiga *return* saham tersebut memenuhi asumsi dalam metode multiobjektif, maka dari itu penelitian dilanjutkan ke tahap berikutnya, yaitu perhitungan nilai bobot setiap saham. Metode multiobjektif memiliki koefisien pembobot  $k$  yang dapat memperlihatkan seberapa besar seorang investor bertanggung jawab dalam menggunakan risiko (*risk*) atas *expected return*. Penggunaan nilai dari koefisien pembobot  $k$  sendiri digunakan sebagai indikator besar kecilnya suatu risiko (*risk*). Nilai dari koefisien bobot  $k$  yang semakin kecil memperlihatkan bahwa tingkat risiko (*risk*) yang didapat oleh investor semakin tinggi, karena semakin besar nilai suatu koefisien bobot  $k$  memperlihatkan tingkat risiko (*risk*) yang didapat juga oleh investor semakin kecil.

Pada penelitian ini koefisien pembobot  $k$  yang digunakan adalah nilai  $k = 0,01, k = 0,5, k = 1, k = 10, k = 50, k = 100, k = 150, k = 200, k = 500, k = 1000, k = 10000,$  dan  $k = 50000$ . Untuk memperoleh nilai bobot portofolio setiap saham, dapat menggunakan perhitungan persamaan (16). Berikut solusi nilai dari bobot  $k$  pada masing-masing saham yang dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 memperlihatkan bahwa besarnya konstanta  $k$  mempengaruhi nilai bobot saham pada portofolio yang sudah dibentuk. Jika nilai  $k$  semakin besar, maka nilai matriks bobot

sahamnya semakin kecil. Tahap selanjutnya dalam penelitian ini yaitu mendapatkan nilai *expected return* dari portofolio optimal saham yang dibentuk. Perhitungan *expected return* portofolio menggunakan nilai bobot saham dan *expected return* dari masing-masing perusahaan saham dalam portofolio yang sudah terbentuk dengan menghitung persamaan (14).

**Tabel 3.** Nilai Bobot Saham

$k$	0,01	0,5	1	10	50
INCO.JK	0,2409441	0,57743961	0,4091902	0,2577657	0,2443057
MNCN.JK	0,2428989	0,35264358	0,2977707	0,2483851	0,2439953
EXCL.JK	0,5161570	0,06991682	0,2930391	0,4938492	0,5116990

**Tabel 3.** Nilai Bobot Saham (Lanjutan)

$k$	100	150	200	500	1000
INCO.JK	0,2426232	0,2420624	0,2417820	0,2412772	0,2411090
MNCN.JK	0,2434466	0,2432537	0,2431722	0,2430076	0,2429527
EXCL.JK	0,5139302	0,5146740	0,5150458	0,5157152	0,5159383

**Tabel 3.** Nilai Bobot Saham (Lanjutan)

$k$	10000	50000
INCO.JK	0,2409575	0,2409441
MNCN.JK	0,2429033	0,2428989
EXCL.JK	0,5161391	0,5161570

Berikut hasil dari perhitungan *expected return* portofolio dengan nilai konstanta  $k$  yang berbeda-beda yang dibantu dengan *software* R 4.1.2 yang teringkas dalam Tabel 4.

**Tabel 4.** *Expected Return* Portofolio ( $\mu_p$ )

$k$	$\mu_p$
0,01	0,04846117
0,5	0,005841573
1	0,00540668
10	0,005015275
50	0,004980484
100	0,004976135
150	0,004974685
200	0,00497396

**Tabel 4.** *Expected Return* Portofolio ( $\mu_p$ ) Lanjutan

$k$	$\mu_p$
500	0,004972656
1000	0,004972221
10000	0,004971829
50000	0,004971794

Tabel 4 memperlihatkan bahwa nilai *expected return* portofolio semakin rendah ketika koefisien pembobot  $k$  semakin besar. Hal tersebut mempresentasikan bahwa koefisien pembobot  $k$  menjadi indikator dalam menentukan keuntungan yang dapat diperoleh seorang investor, sehingga jika nilai koefisien pembobot  $k$  semakin besar, maka nilai *expected return* portofolionya semakin kecil.

Langkah selanjutnya dalam penelitian ini adalah menghitung VaR (*Value at Risk*) portofolio dengan menghitung persamaan (17) dengan tingkat kepercayaan yang dipakai sebesar 95% dan periode waktu 30 minggu. Berikut hasil dari perhitungan VaR dengan menggunakan *software Microsoft Office Excel 2013* berdasarkan koefisien bobot  $k$  yang berbeda-beda.

**Tabel 5.** *Value at Risk* Portofolio

$k$	<i>Value at Risk</i>
0,01	1329529361
0,5	55710132,09
1	50735032,29
10	48982487,46
50	48965181,74
100	48964642,91
150	48964543,44
200	48964510,28
500	48964468,83
1000	48964460,54
10000	48964460,54
50000	48964460,54

Tabel 5 mempresentasikan bahwa tujuan dari menghitung VaR yaitu untuk mengetahui tingkat risiko yang akan diperoleh rendah, maka untuk mendapatkan risiko yang rendah, dapat dipilih koefisien pembobot  $k$  yang terbesar.

Langkah terakhir yang dilakukan dalam peneltian ini adalah analisis nilai *expected return* dan VaR portofolio yang sudah terbentuk. Dalam analisis ini diketahui pula risiko portofolio yang terkecil dapat membantu investor memperoleh keuntungan yang tinggi. Berikut nilai risiko portofolio dengan koefisien bobot  $k$  yang beranekaragam dan dengan adanya bantuan *software R 4.1.2*.

Dari Tabel 6 dapat dilihat bahwa risiko portofolio yang terkecil yaitu ketika  $k = 50000$  maka  $\sigma_p = 0,054344356$ . Sehingga nilai *expected return* yang terkecil juga dihasilkan ketika  $k = 50000$  dengan  $\sigma_p = 0,054344356$ . Koefisien bobot  $k$  menjadi koefisien bobot yang paling optimal dalam portofolio yang sudah dibentuk. Berdasarkan hasil nilai *expected return* portofolio yang sudah dihitung, dengan memanfaatkan metode multiobjektif maka investasi yang akan dilaksanakan oleh seorang investor untuk tiga saham yang dibentuk dalam portofolio optimal saham seperti yang di bawah ini:

**Tabel 6.** Risiko Portofolio ( $\sigma_p$ )

$k$	$\sigma_p$
0,01	1,475609366
0,5	0,061831198
1	0,056309466
10	0,054364363
50	0,054345156
100	0,054344558
150	0,054344448
200	0,054344411
500	0,054344365
1000	0,054344356
10000	0,054344356
50000	0,054344356

**Tabel 7.** Bobot Investasi

Saham	W	Persen	Bobot Investasi
INCO.JK	0,2409441	24%	Rp24.094.410
MNCN.JK	0,2428989	24%	Rp24.289.890
EXCL.JK	0,5161570	52%	Rp51.615.700
INCO.JK	0,2409441	24%	Rp24.094.410

Selanjutnya nilai *Value at Risk* diperoleh dari Tabel 5 dengan tingkat kepercayaan yang digunakan dalam penelitian ini sebesar 95% dan periode waktu 30 minggu ketika  $k = 50000$ . Maka dari itu VaR sebesar Rp48.964.460,54 mengartikan terdapat 95% kerugian (*risk*) yang diperoleh investor tidak akan melebihi Rp48.964.460,54 dengan jangka waktu 30 minggu.

Tabel 7 menunjukkan saham EXCL.JK besar investasinya yang akan diinvestasikan sangat signifikan sebesar 52% yang mengartikan jumlah investasi sekitar 52 juta. Di sisi lain, untuk saham INCO.JK dan MNCN.JK besar investasi adalah sama sekitar 24%. Hal ini dilakukan untuk mengoptimalkan investasi ketiga saham tersebut yang sudah dibentuk dalam portofolio dengan koefisien bobot optimal  $k = 50000$ , sehingga jika menginginkan kerugian yang minimum, maka harus menggunakan koefisien pembobot  $k$  yang terbesar.

#### IV. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah diterangkan pada bab sebelumnya, peneliti sudah membentuk portofolio optimal saham pada INCO.JK, MNCN.JK, dan EXCL.JK yang termasuk kedalam indeks saham LQ-45 periode 31 Januari 2019 – 31 Desember 2020 menggunakan optimisasi multiobjektif dan pengukuran *Value at Risk* (VaR). Saham yang dioptimalkan adalah saham EXCL.JK, karena saham tersebut memperlihatkan arah yang positif dan mengisyaratkan untuk dapat dioptimalkan. Dan untuk saham INCO.JK dan MNCN.JK disarankan agar dapat dioptimalkan dengan cara yang lebih berisiko daripada saham EXCL.JK.



Penggunaan metode multiobjektif pada penelitian ini memperlihatkan bahwa dengan semakin restriktif indikator yang menggunakan berbagai nilai koefisien bobot  $k$ , semakin baik portofolio yang dibentuk dan semakin banyak pula pilihan yang tersedia. Metode multiobjektif juga memberikan variasi portofolio sesuai keinginan investor, terlebih lagi dengan digunakannya berbagai nilai koefisien bobot  $k$  untuk mengukur keuntungan (*return*) dan kerugian (*risk*), dimana kerugian (*risk*) diukur melalui perhitungan *Value at Risk*. Dengan demikian, semakin besar peluang mendapat keuntungan (*return*), semakin besar pula peluang kerugian (*risk*) yang diperoleh seorang investor.

### REFERENSI

- [1] Fabozzi, F. J. *Manajemen Investasi*. Tim Penerjemah Salemba Empat, penerjemah. Jakarta: Salemba Empat. Terjemahan dari: *Investment Management*, 1995.
- [2] E. Tandelilin, *Analisis Investasi dan Manajemen Risiko*, Edisi Pert. Yogyakarta: YogyakartaBPFE, 2001.
- [3] Y. C. Duan, "A Multi-Objective Approach to Portfolio Optimization A Multi-objective Approach to Portfolio Optimization," *Rose-Hulman Undergrad. Math. J.*, vol. 8, no. 1, 2007.
- [4] E. Tandelilin, *Pasar Modal : Manajemen Portofolio & Investasi*. Yogyakarta: Kanisius, 2017.
- [5] W. K. Härdle and L. Simar, *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Berlin: Springer, 2010.
- [6] J. Hartono, *Teori Portofolio dan Analisis Investasi Ed. 11*, 11th ed. Yogyakarta: BPFE, 2017.
- [7] I. Ghozali, *Manajemen Risiko Perbankan : Pendekatan Kualitatif Value at Risk (VaR)*. Semarang: Badan Penerbit Universitas Diponegoro, 2007.
- [8] C. P. Jones, *Investments: Principles and Concepts*, Twelfth Ed. Hoboken: John Wiley, 2014.
- [9] J. Hartono, *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*, Edisi Ke-7. Yogyakarta: BPFE, 2010.
- [10] J. D. Gibbons and S. Chakraborti, *Nonparametric Statistical Inference*, Fourth. New York: Marcel Dekker Inc, 2005.
- [11] J. Hartono, *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*, Ed 8 Cet.2. Yogyakarta: BPFE, 2014.
- [12] E. Tandelilin, *PORTOFOLIO dan INVESTASI: Teori dan Aplikasi*, Edisi Pert. Kanisius, 2010.
- [13] J. Hartono, *Teori Portofolio Dan Analisis Investasi*, Edisi Ke-7. Yogyakarta: BPFE, 2010.
- [14] D. N. I. N. S. Hendra Perdana, "Analisis Pembentukan Portofolio Optimal Saham Menggunakan Metode Multiobjektif," *Bimaster Bul. Ilm. Mat. Stat. dan Ter.*, vol. 9, no. 4, pp. 525–532, 2020, doi: 10.26418/bbimst.v9i4.42742.
- [15] P. Jorion, *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 3rd Editio. USA: McGraw-Hill, 2007.